Landeswettbewerb Physik 2024 – Runde 3

Johannes Hartel

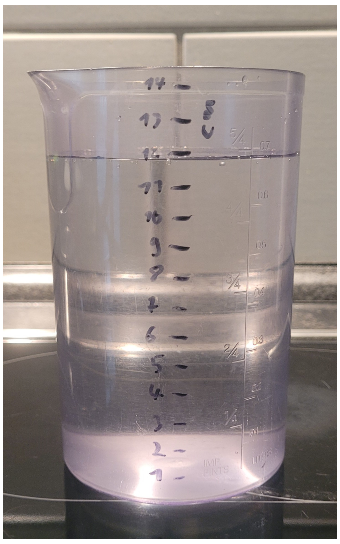
2. Mai 2024

Inhaltsverzeichnis

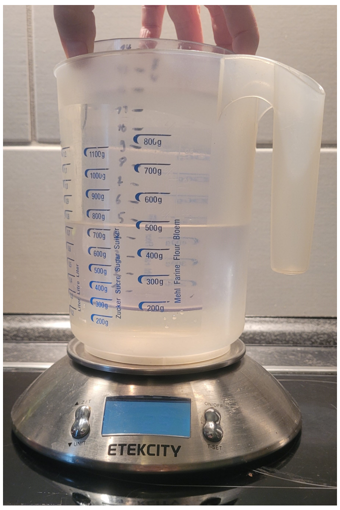
1 Aufgabe 1

a) Versuchsaufbau

Da ich keinen besseren Zylinder für den Versuch gefunden habe, habe ich einen mit Wasser gefüllten Messbecher verwendet, an dem ich mit Edding Ein-cm-Schritte markiert habe.



Die zu untersuchende Flüssigkeit habe ich in einen etwas größeren Messbecher gefüllt und auf eine gewöhnliche Küchenwaage gestellt. Danach habe ich den etwas kleineren vorbereiteten Zylinder zentimeterweise in die Flüssigkeit eingetaucht und das jeweilige angezeigte Gewicht abgelesen.



Das angezeigte Gewicht erhöht sich um die Masse des verdrängten Volumens. Es gilt das Prinzip des Archimedes. Dieses besagt, dass die Auftriebskraft F_A des

Körpers genau der Gewichtskraft F_G des von ihm verdrängten Mediums entspricht, also gilt:

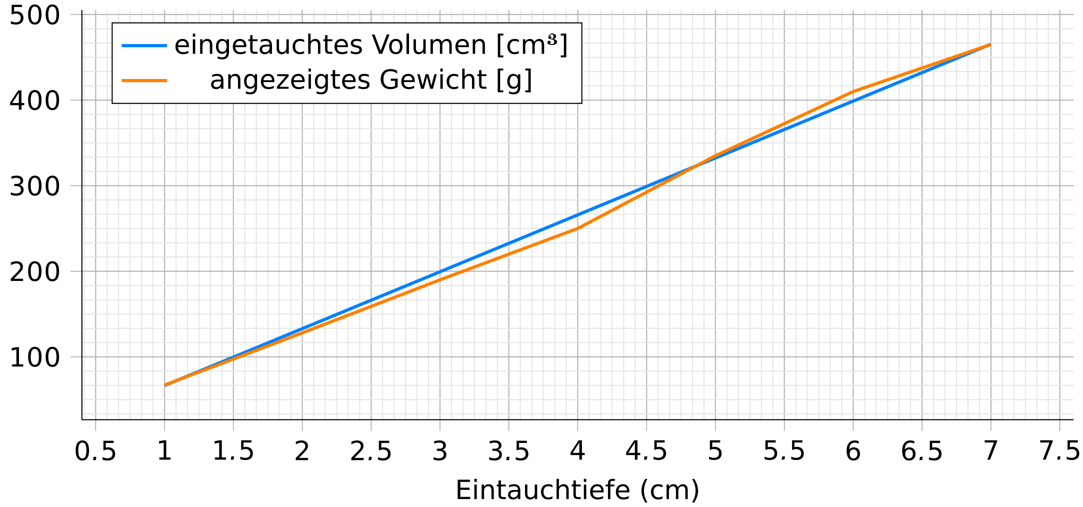
$$\begin{aligned} F_G &= F_A \\ m \cdot g &= \rho \cdot V \cdot g \\ \rho &= \frac{m}{V} \end{aligned} \tag{1}$$

b) Experiment

Mein Messzylinder hat einen Durchmesser von $9,2$cm, wodurch sich eine Grundfläche von $66,476\text{cm}^2$ ergibt. Pro Zentimeter Eintauchtiefe erhöht sich das verdrängte Volumen also um $66,476\text{cm}^3$. Im nächsten Schritt berechne ich den Quotienten aus dem angezeigten Gewicht und dem verdrängten Volumen, um die Dichte zu bestimmen ($\rho = \frac{m}{V}$). Dann habe ich aus den sieben Messungen den Durchschnittswert ermittelt.

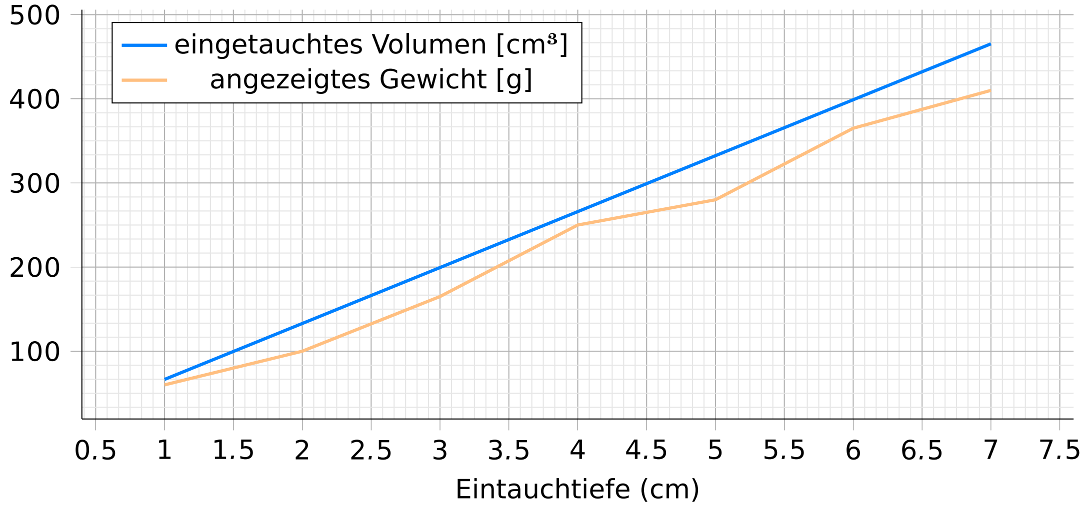
Wasser

Tiefe (cm)	Volumen (cm^3)	angez. Gewicht (g)	berechnete Dichte
1	66,476	67	1,008
2	132,952	128	0,963
3	199,428	190	0,953
4	265,904	250	0,940
5	332,381	335	1,008
6	398,857	410	1,028
7	465,333	465	0,999
AVG			0,986



Sonnenblumenöl

Tiefe (cm)	Volumen (cm^3)	angez. Gewicht (g)	berechnete Dichte
1	66,476	60	0,903
2	132,952	100	0,752
3	199,428	165	0,827
4	265,904	250	0,940
5	332,380	280	0,842
6	398,857	365	0,915
7	465,333	410	0,881
AVG			0,866



c) Bewertung der Ergebnisse

Wasser

Literaturwert: $0,998 \frac{g}{\text{cm}^3}$ [1]
Mein gemessener wert: $0,986 \frac{g}{\text{cm}^3}$

Speiseöl

Literaturwert: $0,92 \frac{g}{\text{cm}^3}$ [2]
Mein gemessener Wert $0,866 \frac{g}{\text{cm}^3}$

[1] `https://de.wikipedia.org/wiki/Wasser`, auch laut anderen Quellen
[2] `https://de.wikipedia.org/wiki/SonnenblumenÃűl`, auch laut anderen Quellen

Mögliche Fehlerquellen

- Messfehler aufgrund schlechter ‘Labor’-Ausstattung:
  - Die Werte waren schwer ablesbar, da der Zylinder mit der Hand gehalten wurde und die Anzeige auf der Waage schwankte.
  - Die selbst aufgetragene Skala war nicht sehr genau.
  - Der innere Messbecher war am unteren Rand leicht abgerundet.
- Temperatur wurde beim Messen nicht berücksichtigt. Das Wasser war wesentlich kälter als 20°C und das Öl hatte Raumtemperatur.
- Sonnenblumenöl ist ein pflanzliches Produkt, bei dem naturgemäß Abweichungen vorhanden sind.

Insgesamt bin überrascht, dass die Ergebnisse doch so nahe bei den Referenzwerten liegen. Aufgrund meiner schlechten Ausstattung hätte ich höhere Abweichungen erwartet.

2 Aufgabe 2

Es ist wichtig zu wissen, dass ich für die gesamte Aufgabe die Haribo Goldbären verwendet habe. Mit anderen Gummibärchen kann es zu anderen Ergebnissen kommen, da die Gummibärchen unterschiedlich sind.

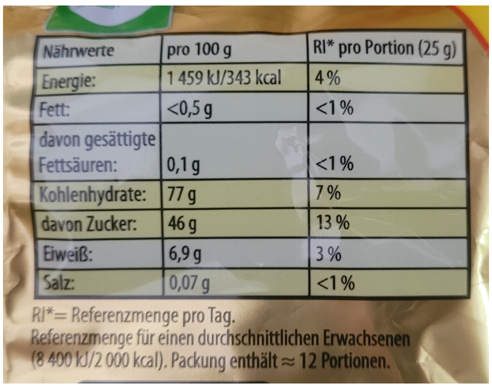
Bei dieser Aufgabe habe ich zunächst ein paar generelle Informationen über die Gummibärchen gesammelt, welche für die folgenden Teilaufgaben wichtig sind.

Masse der Gummibärchen: Die Gummibärchen wiegen nicht alle gleich viel, es gibt einen Unterschied je nach Farbe:

- Dunkelrot, orange, gelb & weiß: $2,2$g
- Hellrot & grün: $2,3$g

Daher habe ich willkürlich 10 Gummibärchen aus der Packung genommen und gewogen. 10 Gummibärchen wiegen $22,5$g, also wiegt ein Gummibärchen durchschnittlich $2,25$g .

Energie der Gummibärchen: Laut Packung enthalten 100g Gummibärchen eine Energie von 1.459kJ, also enthält ein Gummibärchen mit einem Gewicht von $2,25$g die Energie von $32,8275$kJ. Das entspricht $32.827,5$J.



Nährwerte	pro 100 g	RI* pro Portion (25 g)
Energie:	1 459 kJ/343 kcal	4 %
Fett:	<0,5 g	<1 %
davon gesättigte Fettsäuren:	0,1 g	<1 %
Kohlenhydrate:	77 g	7 %
davon Zucker:	46 g	13 %
Eiweiß:	6,9 g	3 %
Salz:	0,07 g	<1 %

RI* = Referenzmenge pro Tag.
Referenzmenge für einen durchschnittlichen Erwachsenen (8 400 kJ/2 000 kcal). Packung enthält ≈ 12 Portionen.

Außerdem gehe ich in allen Aufgaben davon aus, dass die Energie immer 100% effizient genutzt wird, es also keine Verluste bei der Energieumwandlung gibt.

a) Hüpfen

Vereinfachungen

- Ich gehe davon aus, dass die potentielle Energie, die im Gummibärchen steckt, vollständig in kinetische Energie zum Anheben des Gummibärchens umgewandelt wird.
- Luftreibung und Luftwiderstand werden nicht beachtet.
- Ich gehe davon aus, dass das Gummibärchen nicht mit seiner eigenen, sondern mit der Energie seines Nachbarn hüpft. Das heißt, dass sein Gewicht über den gesamten Sprung konstant bleibt. Würde es mit der eigenen Energie hüpfen, würde es sich im Laufe des Anhebens immer weiter selbst 'verzehren' und immer leichter werden, sodass sein Gewicht am höchsten Punkt 0 wäre. Das heißt, an jedem einzelnen Punkt des Hüpfens hat das Gummibärchen ein anderes Gewicht. Eigentlich müsste also an jedem Punkt eine seperate Berechnung stattfinden, da das Gewicht für die Berechnung relevant ist. Da die Masse proportional zur kinetischen Energie ist, kann man annehmen, dass die Masse durchschnittlich halb so groß ist. Daher würde die Sprunghöhe in etwa doppelt so hoch sein, wenn das Gummibärchen sich selbst aufbraucht.

Lösungsweg Die kinetische Energie, die zum Anheben des Gummibärchens benötigt wird, lässt sich mit der Formel für die Sprungkraft berechnen:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= F_G \cdot h \\ E_{kin} &= m \cdot g \cdot h \end{aligned} \tag{2}$$

h ist dabei die Sprunghöhe in Metern und $F_G = m \cdot g$ die Gewichtskraft in Newton (N). Dadurch hat E_{kin} die Einheit Newtonmeter ($\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$), bzw. J.

Aufgrund des Energieerhaltungssatzes ist die kinetische Energie, die beim Hüpfen besteht, gleichzusetzen mit der potenziellen Energie eines Gummibärchens:

$$E_{kin} = E_{pot} \tag{3}$$

Jetzt können wir die Sprunghöhe berechnen, indem wir die Werte einsetzen und nach h auflösen:

$$\begin{aligned} E_{pot} &= F_G \cdot h \\ h &= \frac{E_{pot}}{m \cdot g} \\ &= \frac{32.827,5\mathrm{J}}{2,25\mathrm{g} \cdot g} \\ &= \frac{32.827,5\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{22,065\mathrm{g} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \\ &= \frac{32.827,5\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{0,022\mathrm{N}} \\ &\approx 1.487.765,955\mathrm{m} \end{aligned} \tag{4}$$

Das Gummibärchen springt also $\sim 1.487,765$km hoch.

Das ist ein unglaubliches Ergebnis. Und wenn man annimmt, dass die Masse im Verlauf des Anhebens des Gummibärchens abnimmt, da es sich selbst aufbraucht, steigt es noch sehr viel weiter, wahrscheinlich eher doppelt so hoch, also etwa 3km!

Zur zweiten Teilaufgabe: Es kommt hier auf die Interpretation der Frage an.

Eine ganze Packung Gummibärchen kann erst einmal nicht höher hüpfen als ein einzelnes Gummibärchen, da zwar mehr Energie, aber auch mehr Masse vorhanden ist, und diese beiden Werte sich proportional zueinander verhalten.

Wenn mehrere Gummibärchen gleichzeitig hüpfen, addieren sich die Energien und die Massen der Gummibärchen. Da wir davon ausgehen, dass alle Gummibärchen gleich viel wiegen und die gleiche Energie haben, können wir die Formel wie folgt umschreiben:

$$\begin{gathered} E_{pot} = m \cdot g \cdot h \\ \text{zu} \\ (E_{pot} \cdot a) = (m \cdot a) \cdot g \cdot h \end{gathered} \tag{5}$$

... wobei a die Anzahl der Gummibärchen ist. Man kann hier beide Seiten durch a dividieren, wodurch wieder die ursprüngliche Formel entsteht. Das bedeutet, dass die Anzahl der Gummibärchen keine Rolle spielt, solange die Energie und Masse pro Gummibärchen gleich bleiben.

Allerdings gilt das nicht, sobald die Plastikverpackung dazu gezählt wird. Die Verpackung hat deutlich weniger Masse als die Gummibärchen, aber auch deutlich mehr Energie. Dadurch sind Masse und Energie (bezogen auf alles zusammen) nicht mehr proportional zueinander, und die Packung Gummibärchen kann etwas höher hüpfen als ein einzelnes Gummibärchen.

Die Verpackung für die von mir verwendeten Gummibärchen wiegt $3,8\text{g}$ und besteht aus Polypropylen. Der Heizwert von Polypropylen beträgt etwa $46\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$[3].

$$\begin{aligned} E_{\text{Verpackung}} &= 3,8\text{g} \cdot 46\frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \\ &= 0,0038\text{kg} \cdot 46\frac{\text{MJ}}{\text{kg}} \\ &= 0,1748\text{MJ} \\ &= 174,8\text{kJ} \end{aligned} \tag{6}$$

In der Verpackung steckt also eine Energie von $174,8\text{kJ}$.

Laut der Verpackung sind in einer Packung 200g Gummibärchen und insgesamt 2.918kJ Energie enthalten.

Nun berechnen wir die gesamte Energie und Masse der Gummibärchen und der Verpackung:

$$\begin{aligned} E_{pot_{\text{gesamt}}} &= 2.918\text{kJ} + 174,8\text{kJ} \\ &= 3.092,8\text{kJ} \\ &= 3.092.800\text{J} \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} m_{\text{gesamt}} &= 200\text{g} + 3,8\text{g} \\ &= 203,8\text{g} \end{aligned} \tag{8}$$

Mit diesen Werten können wir wieder die Sprunghöhe berechnen:

[3] `https://www.ihk-nuernberg.de/de/IHK-Magazin-WiM/WiM-Archiv/WIM-Daten/2004-09/Special/Sicherheits-Dienstleistungen/Brisante-Mischung-aus-Kunststoffen.jsp`

$$\begin{aligned}
E_{pot} &= F \cdot h \\
h &= \frac{E_{pot}}{m \cdot g} \\
&= \frac{3.092.800\mathrm{J}}{203,8\mathrm{g} \cdot g} \\
&= \frac{3.092.800\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{1998,595 \frac{\mathrm{g} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \\
&= \frac{3.092.800\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{1,998\mathrm{N}} \\
&\approx 1.547.947,948\mathrm{m}
\end{aligned} \tag{9}$$

Eine ganze Packung Gummibärchen könnte inklusive der Verpackung also $\sim 1.547.947,948\mathrm{m}$ oder auch $\sim 1.547,947\mathrm{km}$ hoch springen.

Das sind etwa $1.547,947\mathrm{km} - 1.454,545\mathrm{km} = 93,402\mathrm{m}$ mehr als ein einzelnes Gummibärchen.

Auch hier bin ich davon ausgegangen, dass sich die Gummibärchentüte nicht selbst aufbraucht.

b) Beschleunigen

Vereinfachungen

- Auch hier bin ich davon ausgegangen, dass das Gummibärchen die Energie seines Nachbarn nutzt, ansonsten kann man das Ergebnis in etwa verdoppeln, da die mittlere Masse des Gummibärchens etwa die Hälfte ist. (genaue Erklärung siehe a))
- Ich gehe davon aus, dass die gesamte potentielle Energie in kinetische Energie umgesetzt wird.
- Die Reibung wurde nicht beachtet.
- Luftwiderstand wurde nicht eingerechnet.

Lösungsweg Die Energie, die zur Beschleunigung einer Masse m aus der Ruhe auf eine Geschwindigkeit v benötigt wird, lässt sich mit der Formel für kinetische Energie berechnen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \tag{10}$$

In dieser Formel ist m die Masse des Gummibärchens in Kilogramm (kg) und v die Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde ($\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$).

Aufgrund des Energieerhaltungssatzes ist die kinetische Energie gleich der potenziellen Energie des Gummibärchens:

$$E_{kin} = E_{pot} \tag{11}$$

Jetzt können wir die Geschwindigkeit berechnen, indem wie die Werte einsetzen und nach v auflösen:

$$\begin{aligned} E_{pot} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v &= \sqrt{\frac{2 \cdot E_{pot}}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 32.827,5\text{J}}{0,00225\text{kg}}} \\ &= \sqrt{\frac{65.655\text{J}}{0,00225\text{kg}}} \\ &\approx 5.401,852\frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \tag{12}$$

Also lässt sich das Gummibärchen auf eine Geschwindigkeit von $\sim 5.401,852\frac{\text{m}}{\text{s}}$ beschleunigen. Das sind $\sim 19.448,267\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Das ist weit mehr als die zehnfache Schallgeschwindigkeit.

c) Erwärmen

Die spezifische Wärmekapazität von Gummibärchen ist schwer zu bestimmen, da sie aus vielen verschiedenen Stoffen bestehen. Einen annähernden Wert für die spezifische Wärmekapazität von Gummibärchen versuche ich aus der spezifischen Wärmekapazität von Zucker, Gelatine und Wasser abzuleiten.

- Zucker: $1,24\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$[4]
- Gelantine: $1,8\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$[5][6]
- Wasser: $4,19\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$[7]

[4] https://de.wikipedia.org/wiki/Saccharose
[5] https://www.thermosymposium.org/archive/symp18/pdf/Abstract_1242.pdf
[6] Unsichere Quelle, aber sonst keine Angaben in der Literatur gefunden
[7] https://www.leifiphysik.de/waermelehre/innere-energie-waermekapazitaet/grundwissen/spezifische-waermekapazitaet

Ich gehe hier davon aus, dass ein Gummibärchen zu ca. 50% aus Zucker und zu 20% aus Wasser und zu 30% aus Gelantine besteht.

Dadurch können wir die geschätzte spezifische Wärmekapazität eines Gummibärchens berechnen:

$$\begin{aligned} c_{\text{Gummibärchen}} &= 0,5 \cdot 1,24 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0,2 \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0,3 \cdot 1,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\ &= 0,62 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0,838 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0,54 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\ &= 1,998 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \end{aligned} \tag{13}$$

Gummibärchen haben nach meiner Schätzung also eine spezifische Wärmekapazität von etwa $2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Die Formel für die benötigte Energie, um ein Gummibärchen zu erwärmen, lautet:

$$E_{\Delta T} = m \cdot c \cdot \Delta T \tag{14}$$

Aufgrund des Energieerhaltungssatzes ist die benötigte Energie gleich der potenziellen Energie des Gummibärchens:

$$E_{pot} = E_{\Delta T} \tag{15}$$

Jetzt können wir die Temperaturänderung berechnen, indem wie die Werte einsetzen und nach ΔT auflösen:

$$\begin{aligned} E_{\Delta T} = E_{pot} &= m \cdot c \cdot \Delta T \\ \Delta T &= \frac{E_{pot}}{m \cdot c} \\ &= \frac{32.827,5\text{J}}{2,25\text{g} \cdot 1,998 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} \\ &= \frac{32,827\text{kJ}}{0,023\text{kg} \cdot 1,998 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} \\ &= \frac{32,827\text{kJ} \cdot \text{K}}{0,046\text{kJ}} \\ &\approx 714,356\text{K} \end{aligned} \tag{16}$$

Ein Gummibärchen könnte sich also um $\sim 714,356\text{K}$ erwärmen. Da es sich um eine relative Temperaturänderung handelt, entspricht das $714,356°\text{C}$.

Auch hier gehe ich davon aus, dass die Masse während des Erwärmens konstant bleibt. Da sich die Masse proportional zur Erwärmung verhält, kann man auch hier annehmen, dass, wenn das Gummibärchen sich selbst erwärmt, die durchschnittliche Masse halb so groß und dadurch die Erwärmung insgesamt doppelt so hoch ist.

d) Elektroauto fahren

Ein Elektroauto benötigt elektrische Energie (E_{ektr}), um zu fahren. Für diese Aufgabe nehme ich an, dass die potenzielle Energie (E_{pot}) vollständig in elektrische Energie (E_{ektr}) wird, und diese wiederum vollständig in kinetische Energie (E_{kin}) umgewandelt wird.

Ein Elektroauto verbraucht durchschnittlich 15kWh pro 100km[8]. Da wir wissen, dass ein Gummibärchen $32.827,5$J Energie enthält, können wir berechnen, wie weit ein Elektroauto mit der Energie eines Gummibärchens fahren kann.

Vorher rechnen wir die Energie pro 100km in Joule um:

$$\begin{aligned} 15\text{kWh} &\mathrel{\hat{=}} 15 \cdot 3600 \\ &\mathrel{\hat{=}} 54.000\text{kWs} \\ &= 54.000\text{kJ} \end{aligned} \tag{17}$$

Ein durchschnittliches Elektroauto kann also mit 54.000kJ 100km weit fahren.

Die Formel für die benötigte elektrische Energie können wir so umformen, dass wir die Strecke berechnen können:

$$\begin{aligned} E_{ektr} &= s \cdot \frac{54.000\text{kJ}}{100\text{km}} \\ s &= \frac{E_{ektr} \cdot 100\text{km}}{54.000\text{kJ}} \end{aligned} \tag{18}$$

Hier setzen wir wieder die potenzielle Energie eines Gummibärchens (E_{pot}) ein, um die Reichweite zu berechnen:

[8] https://www.dkv-mobility.com/de/elektromobilitaet/ratgeber/kosten-elektroauto-pro-100km/

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{32,8275\text{kJ} \cdot 100\text{km}}{54.000\text{kJ}} \\
&= \frac{3.282,75\text{km}}{54.000} \\
&\approx 0,060792\text{km} \\
&= 60,792\text{m}
\end{aligned} \tag{19}
$$

Also können wir mit der Energie eines Gummibärchens $\sim 60,792$m weit fahren.

e) Leuchten

Ich gehe davon aus, die potentielle Energie im Gummibärchen vollständig in elektrische Energie umgewandelt wird.

Eine LED benötigt (laut mehreren Quellen[9][10]) etwa 8W.

Da wir wissen, dass ein Gummibärchen 32.827, 5J Energie enthält, können wir berechnen, wie lange eine LED mit einer Leistung von $P_{LED} = 8$W mit der Energie eines Gummibärchens leuchten kann:

$$
\begin{aligned}
E_{pot} &= P_{\text{LED}} \cdot t \\
t &= \frac{E_{pot}}{P_{\text{LED}}} \\
t &= \frac{32.827,5\text{J}}{8\text{W}} \\
&= \frac{32.827,5\text{J}}{8\frac{\text{J}}{\text{s}}} \\
&= \frac{32.827,5\text{J} \cdot \text{s}}{8\text{J}} \\
&\approx 4.103,4375\text{s}
\end{aligned} \tag{20}
$$

$$
\frac{4.103,4375\text{s}}{60\frac{\text{s}}{\text{min}}} \approx 68,390625\text{min} \tag{21}
$$

Eine LED kann also mit der Energie eines Gummibärchens $\sim 68,391$min, also über eine Stunde leuchten.

[9] https://www.mediamarkt.de/de/content/themen-specials/schon-gewusst-wie/led-stromverbrauch-berechnen
[10] https://www.stromverbrauchinfo.de/led-lampen.php

f) Klavier spielen

Laut der in der Aufgabenstellung gegebenen Quelle[11] ist die Schallleistung eines Klaviers $0,437\text{W}$. Die Quelle gibt auch an, dass dieser Wert ein maximaler Wert ist und er nur bei bestimmten Tönen und normalerweise nur für kurze Zeit erreicht wird.

Durch den Energieerhaltungssatz wissen wir, dass die Arbeit, bestehend aus der Schallleistung mal Zeit, mit der potenziellen Energie eines Gummibärchens gleichzusetzen ist:

$$E_{pot} = P_{ak_{\text{Klavier}}} \cdot t \tag{22}$$

Nun können wir die Zeit berechnen, indem wir die potenzielle Energie eines Gummibärchens durch die Schallleistung des Klaviers teilen:

$$\begin{aligned} E_{pot} &= P_{ak_{\text{Klavier}}} \cdot t \\ t &= \frac{E_{pot}}{P_{ak_{\text{Klavier}}}} \\ &= \frac{32.827,5\text{J}}{0,437\text{W}} \\ &= \frac{32.827,5\text{J}}{0,437\frac{\text{J}}{\text{s}}} \\ &= \frac{32.827,5\text{J} \cdot \text{s}}{0,437\text{J}} \\ &\approx 75120.137\text{s} \end{aligned} \tag{23}$$

Ein Gummibärchen könnte nach dieser Berechnung also $\sim 75.120,137\text{s}$ lang Klavier spielen, was $\sim 21\text{h}$ entspricht. In der Realität ist dieser Wert vermutlich noch höher, das Gummibärchen würde also noch länger Klavier spielen können, da für diese Berechnung der maximale Wert der Schallleistung angenommen wurde. Dass beim Klavier ein Anschlagen einer Saite notwendig ist und diese dann nur für eine kurze Zeit nachklingt, wurde nicht berücksichtigt. Ich gehe da von aus, dass mit der Gummibärchenenergie direkt die Saite geschwungen wird.

[11] `http://www.sengpielaudio.com/StoerquelleMusikinstrument.pdf`

3 Aufgabe 3

a) Experiment

Die Abschussrampe habe ich aus Wasserrohren zusammengebaut, sie sieht wie folgt aus:

Um Luft in die Flasche zu pumpen habe ich ein Loch in den Stopfen gebohrt und die Nadel einer Ballpumpe, die ich an eine Luftpumpe anschließen kann, hindurchgesteckt.

Als Rakete habe ich eine 1l-Mehrweg-PET-Flasche verwendet, die ich zur besseren Sichtbarkeit mit orangefarbenem Papier umwickelt habe.

Damit ich die Höhe der Rakete bestimmen kann, habe ich die Rakete vom Beobachter aus auf einer Linie mit einem Baum gestartet, dessen Höhe ich leicht abschätzen konnte, damit ich über den Strahlensatz die Flughöhe der Rakete berechnen kann.

Berechnung: Der Baum, etwa 6m hoch war etwa 4m von dem Fotografen entfernt, bis zum Raketenstartpunkt waren es etwa weitere 5 Meter.

Ich habe mehrere Versuche durchgeführt, durchschnittlich flog die Rakete etwa $13,8$m hoch.

b) Warum die Rakete fliegt

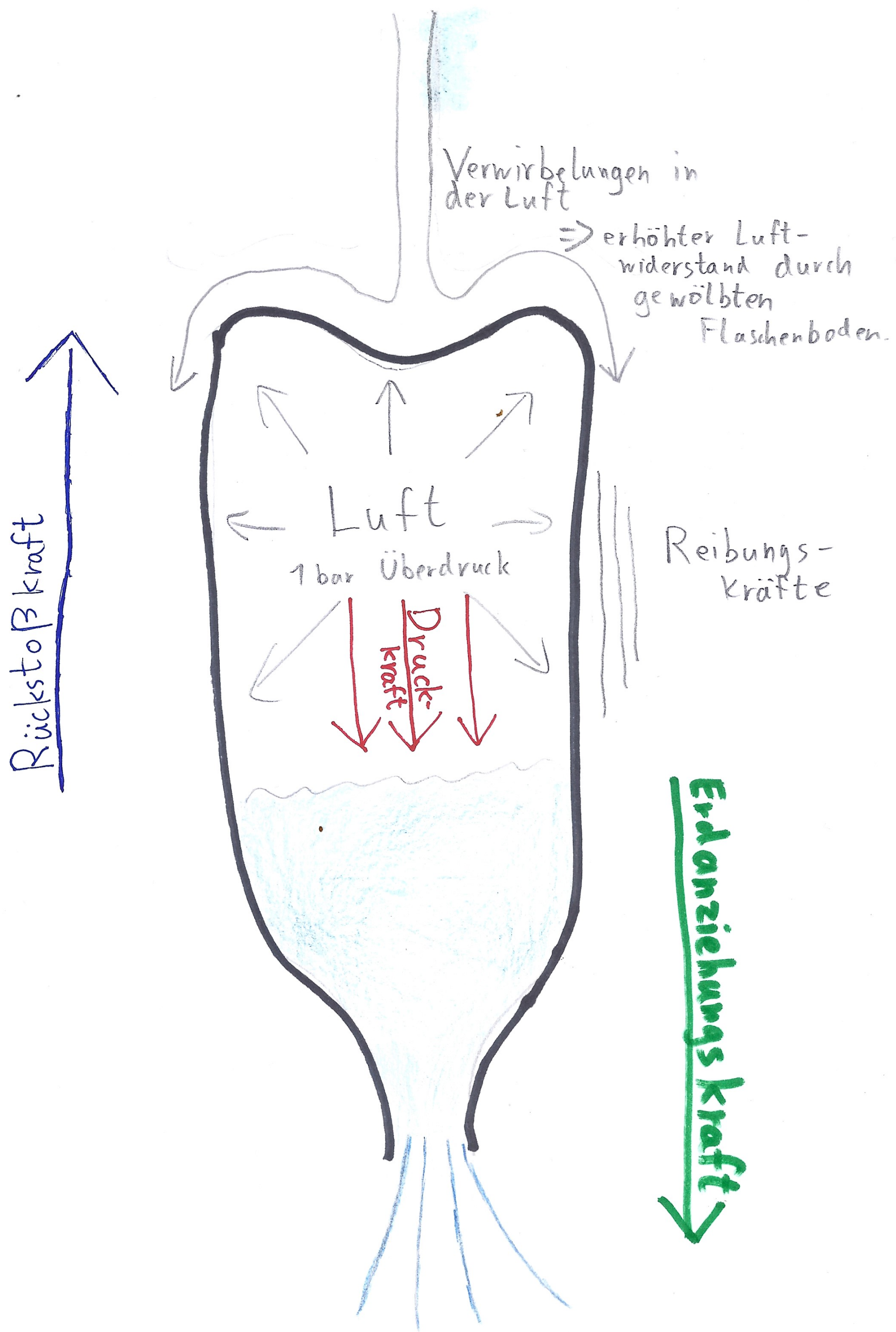
In der Flasche wird durch das Pumpen ein Überdruck erzeugt. Sobald der Druck in der Flasche so groß ist, dass die Reibungskraft zwischen Flasche und Stopfen überwunden wird, schießt der Stopfen heraus. Durch den Rückstoß wird die Flasche vom Wasser weg nach oben gedrückt. Wäre kein Wasser in der Flasche, könnte sie sich lediglich vom Stopfen abstoßen und würde nicht so hoch fliegen.

Dabei wirken die folgenen Kräfte:

- Druckkraft
- Rückstoßkraft
- Erdanziehungskraft

Weiterhin beeinflussen auch diese Faktoren die Rakete:

- Luftwiderstand
- Reibungskraft
- Wassermenge
- äußere Einflüsse (Wind, Luftdruck, Temperatur, etc.)


Verwirbelungen in der Luft
⇒ erhöhter Luftwiderstand durch gewölbten Flaschenboden.
Luft
1 bar Überdruck
Druckkraft
Reibungskräfte
Rückstoßkraft
Erdanziehungskraft

Das ist das Rückstoßprinzip: Dieses Prinzip besagt, dass Kräfte immer paarweise auftreten. Mann nennt es auch Reaktionsprinzip, eine Fortbewegung ist demnach nur möglich, wenn es eine Masse gibt, von der man sich abstoßen kann.

c) Startgeschwindigkeit berechnen

Um die Startgeschwindigkeit zu berechnen, benutzen wir zwei Formeln:

- Die Formel für die kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \tag{24}$$

- Die Formel für die Höhenenergie:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \tag{25}$$

Diese können wir gleichsetzen, da wir aufgrund des Energieerhaltungssatzes davon ausgehen, dass die kinetische Energie komplett in Höhenenergie, also potenzielle Energie, umgewandelt wird:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= E_{pot} \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \end{aligned} \tag{26}$$

Setzen wir in diese Formel die Masse der Flasche und die geschätzte Flughöhe ein, können wir die Geschwindigkeit berechnen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \\ v^2 &= 2 \cdot g \cdot h \\ v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ &= \sqrt{2 \cdot g\mathrm{m} \cdot 13,8\mathrm{m}} \\ &\approx 16,452 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned} \tag{27}$$

Die Rakete müsste also mit einer Geschwindigkeit von $\sim 16,452 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ starten.

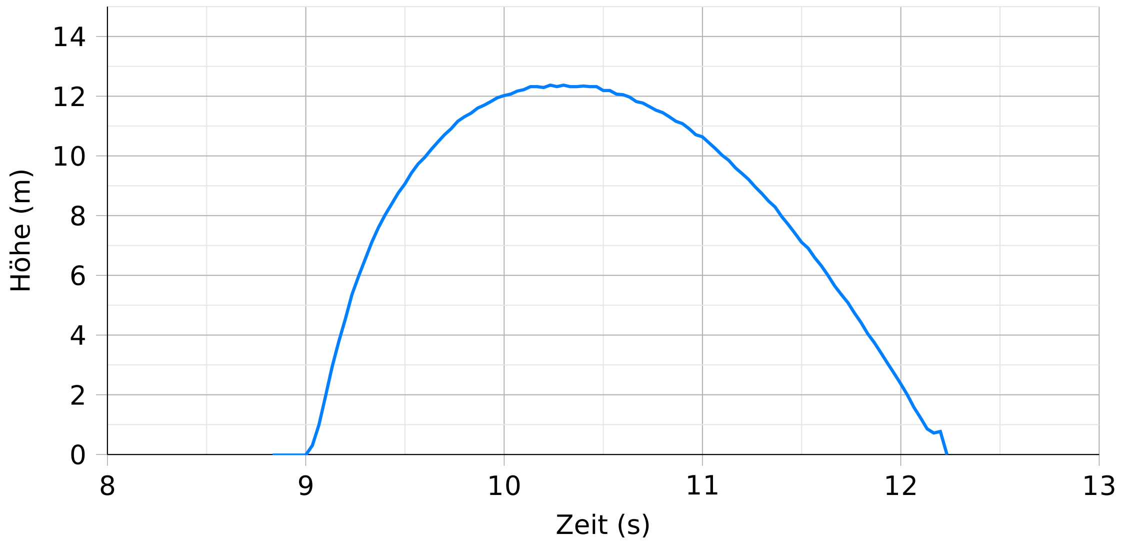
d) Videoanalyse

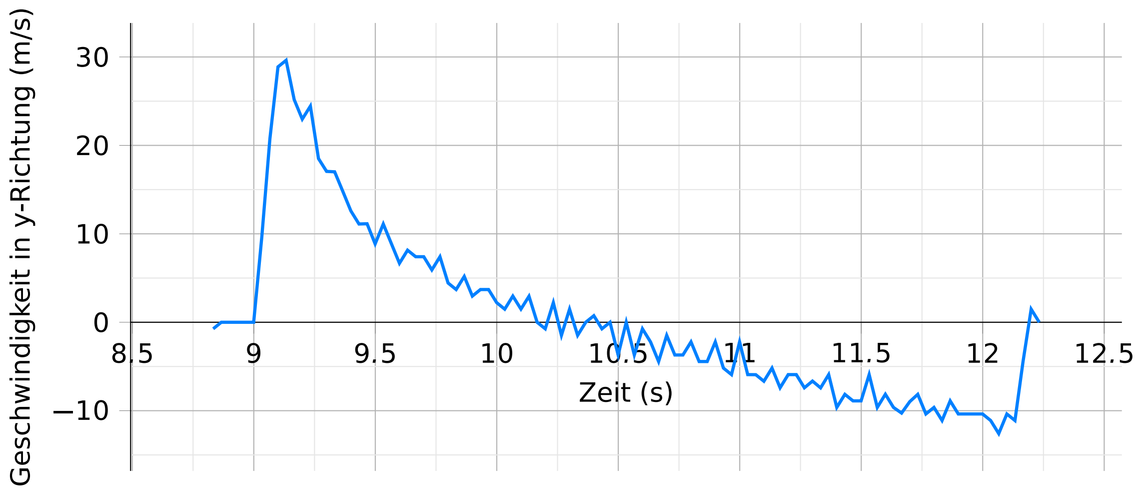
Das Video ist hier zu finden:

`https://files.jojojux.de/school/extra/landeswettbewerb-physik/`

`runde3/assets/rocket.mp4`

Da die Videoanalysesoftware die Rakete nicht automatisch erkannt hat, habe ich die Rakete manuell getrackt. Es kann also kleine Ungenauigkeiten geben, da ich nicht immer exakt den gleichen Punkt getrackt habe.





Die durchschnittliche Geschwindigkeit der Rakete ist auf den ersten fünf Metern $24,334\frac{m}{s}$. Der Spitzenwert der Geschwindigkeit liegt bei $29,62\frac{m}{s}$. Die Grafik zeigt, dass nach $1,3$s im Flug der Höhepunkt erricht ist, da die Geschwindigkeit null ist.

Um die Höhe aus der gemessenen Startgeschwindigkeit zu berechnen, können wir die Formel aus c) benutzen. Nur ändert sich die ‘Richtung’, wir rechnen nicht mehr von h zu v, sondern von v zu h:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \\
\frac{1}{2} \cdot v^2 &= g \cdot h \\
h &= \frac{v^2}{2 \cdot g} \\
&= \frac{24,334^2}{2 \cdot g} \\
&\approx 30,191\text{m}
\end{aligned} \tag{28}
$$

Die theoretisch maximale Höhe der Rakete beträgt also $\sim 30,191$m. Verglichen mit der in a) bestimmten Höhe von $13,8$m lässt sich ein Wirkungsgrad von $\frac{13,8}{30,191} \approx 0,456 = 45,6\%$ berechnen.

e) Wirkungsgrad

Mein errechneter Wirkungsgrad von $45,6\%$ ist sehr niedrig. Folgende Faktoren können Gründe für den schlechten Wirkungsgrad sein:

- Der Luftwiderstand und die Luftreibung wurden nicht berücksichtigt. Aufgrund der Form der Flasche (nach innen gewölbter Boden) ist der c_w-Wert, also der Strömungswiderstand, sehr hoch.
- Die Rakete wurde nicht optimal ausgerichtet oder wurde vom Wind abgelenkt. Sie fliegt nicht senkrecht nach oben, sondern auch leicht zur Seite, woran Kraft verloren wird, die nicht in Höhe umgesetzt wird.
- Bei meiner Berechnung habe ich über die gesamte Flugstrecke das Gewicht der Rakete als gleich betrachtet, allerdings hat die Rakete bei Start für kurze Zeit ein höheres Gewicht, da der Treibstoff (das Wasser) noch nicht vollständig ausgestoßen wurde.
- Windböen könnten die Flasche kippen oder drehen, sodass der Luft- bzw. Strömungswiderstand noch stärker wird.